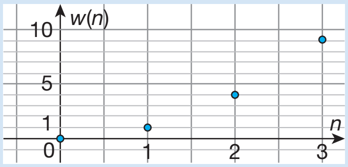
# Corrigés

## Chapitre 1 : Suites numériques

### Mode de définition d'une suite et représentation graphique

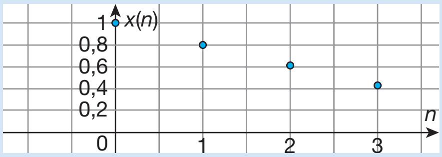
**1** **a.** $w(0) = 0^2 = 0$ ; $w(1) = 1^2 = 1$ ; $w(2) = 2^2 = 4$ ; $w(3) = 3^2 = 9$.




**b.** On peut calculer chaque terme directement sans avoir besoin des précédents. Donc $w$ est définie explicitement.

**c.** $w(0) < w(1) < w(2) < w(3)$ donc on conjecture que $w$ est croissante.

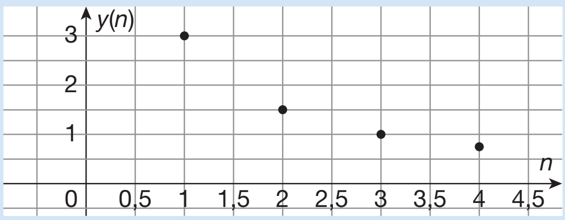
**2** **a.** $x(0) = 0,9$ ; $x(1) = (x(0))^2 = 0,9^2 = 0,81$ ;
$x(2) = (x(1))^2 = 0,81^2 = 0,6561$ ; $x(3) = (x(2))^2 = 0,6561^2 \approx 0,4305$.




**b.** Pour calculer un terme, on a besoin d'avoir calculé le terme précédent (et donc en fait, tous les précédents, de proche en proche). Donc $x$ est définie par récurrence.

**c.** $x(0) > x(1) > x(2) > x(3)$ donc on conjecture que $x$ est décroissante.

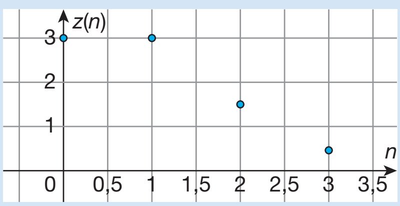
**3** **a.** $y(1) = 3 \times \frac{1}{1} = 3$ ; $y(2) = 3 \times \frac{1}{2} = 1,5$ ; $y(3) = 3 \times \frac{1}{3} = 1$ ;
$y(4) = 3 \times \frac{1}{4} = 0,75$.




**b.** On peut calculer chaque terme directement sans avoir besoin des précédents. Donc $y$ est définie explicitement.

**c.** $y(0) > y(1) > y(2) > y(3)$ donc on conjecture que $w$ est décroissante.

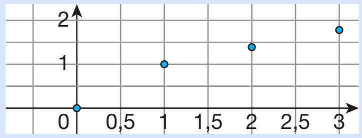
**4** **a.** $z(0) = 3$ ; $z(1) = z(0) \times \frac{1}{1} = 3 \times 1 = 3$ ; $z(2) = z(1) \times \frac{1}{2} = 3 \times 0,5 = 1,5$ ;
$z(3) = z(2) \times \frac{1}{3} = 1,5 \times \frac{1}{3} = 0,5$.




**b.** Pour calculer un terme, on a besoin d'avoir calculé le terme précédent (et donc en fait, tous les précédents, de proche en proche). Donc $z$ est définie par récurrence.

**c.** $z(0) \geq z(1) > z(2) > z(3)$ donc on conjecture que $z$ est décroissante.

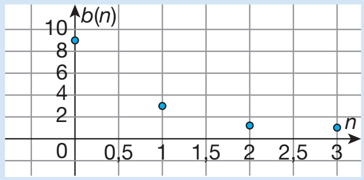
**5** **a.** $a(0) = \sqrt{0} = 0$ ; $a(1) = \sqrt{1} = 1$; $a(2) = \sqrt{2} \approx 1,4142$ ; $a(3) = \sqrt{3} \approx 1,7321$.




**b.** Chaque terme peut être calculé indépendamment du précédent. Donc $a$ est définie de façon explicite.

**c.** $a(0) < a(1) < a(2) < a(3)$ donc on conjecture que $a$ est croissante.

**6** **a.** $b(0) = 9$ ; $b(1) = \sqrt{b(0)} = \sqrt{9} = 3$ ; $b(2) = \sqrt{b(1)} = \sqrt{3} \approx 1,7321$ ;
$b(3) = \sqrt{\sqrt{3}} \approx \sqrt{1,7321} \approx 1,3161$.

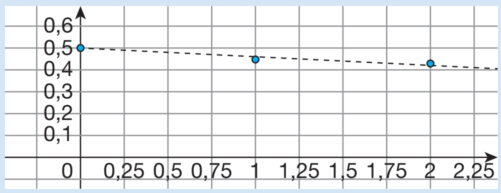



**b.** Pour calculer chaque terme, on a besoin d'avoir calculé le terme précédent. Donc $b$ est définie par récurrence.

**c.** $b(0) > b(1) > b(2) > b(3)$ donc on conjecture que $b$ est décroissante.

### Suites arithmétiques ou non ?

**1** **a.** $u(0) = \frac{2 \times 0 + 3}{5 \times 0 + 6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$ ; $u(1) = \frac{2 \times 1 + 3}{5 \times 1 + 6} = \frac{5}{11} \approx 0,4545$ ;
$u(2) = \frac{2 \times 2 + 3}{5 \times 2 + 6} = \frac{7}{16} = 0,4375$.



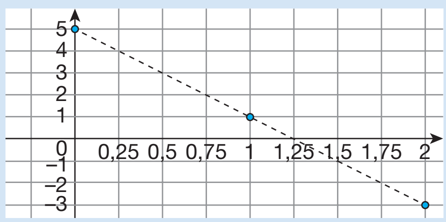

Les trois premiers points représentant la suite ne sont pas alignés. Donc $u$ ne semble pas arithmétique.

**b.** $u(1) - u(0) = \frac{5}{11} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{22} \approx -0,0455$ ;

$u(2) - u(1) = \frac{7}{16} - \frac{5}{11} = -\frac{3}{176} \approx -0,0170$.

Donc $u(2) - u(1) \neq u(1) - u(0)$, ce qui confirme que $u$ n'est pas arithmétique.

**2** **a.** $v(0) = -4 \times 0 + 5 = 5$ ; $v(1) = -4 \times 1 + 5 = 1$ ; $v(2) = -4 \times 2 + 5 = -3$.




Les trois points du graphique semblent alignés donc la suite $u$ semble arithmétique.

**b.** Les trois points du graphique sont parfaitement alignés. La suite $v$ semble donc arithmétique.

**c.** Pour les mêmes raisons que dans l'exercice résolu n° 3, cela ne suffit pas à prouver que la suite est arithmétique, car on a prouvé que la différence entre deux termes consécutifs était la même, mais

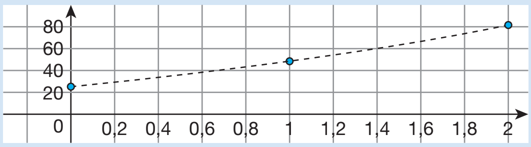
**seulement pour les trois premiers termes.**

**d.** Pour tout $n$, $v(n + 1) = -4(n + 1) + 5 = -4n - 4 + 5 = -4n + 1$.
Pour tout $n$, $v(n + 1) - v(n) = (-4n + 1) - (-4n + 5) = -4n + 1 + 4n - 5 = -4$.

**e.** La différence entre deux termes consécutifs est donc bien constante et indépendante de $n$, égale à $-4$. Ce qui prouve que la suite est arithmétique de raison $-4$. Enfin, elle est décroissante puisque la raison est négative.

## Suites géométriques ou non ?

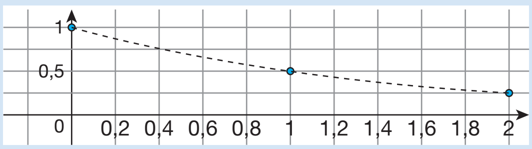
**1** **a.** $u(0) = (2 \times 0 + 5)^2 = 25$ ; $u(1) = (2 \times 1 + 5)^2 = 49$ ; $u(2) = (2 \times 2 + 5)^2 = 81$.




Les trois points du nuage semblent former un nuage exponentiel. Donc oui, on conjecture graphiquement que la suite est géométrique.

**b.** On calcule $\dfrac{u(1)}{u(0)} = \dfrac{49}{25} = 1{,}96$ puis $\dfrac{u(2)}{u(1)} = \dfrac{81}{49} \approx 1{,}65$.
Le quotient entre deux termes consécutifs n'étant pas le même, on en déduit que la suite $u$ n'est pas géométrique.

**2** **a.** $v(0) = 0{,}5^0 = 1$ ; $v(1) = 0{,}5^1 = 0{,}5$ ; $v(2) = 0{,}5^2 = 0{,}25$.




Les trois premiers points semblent former un nuage exponentiel. Donc la suite $v$ semble géométrique.

**b.** $\dfrac{v(1)}{v(0)} = \dfrac{0{,}5}{1} = 0{,}5$ ; $\dfrac{v(2)}{v(1)} = \dfrac{0{,}25}{0{,}5} = 0{,}5$.

**c.** On a prouvé que le quotient entre deux termes consécutifs était le même, mais seulement pour les trois premiers termes. Donc cela ne suffit pas à prouver que la suite est géométrique.

**d.** Pour tout $n$, $v(n + 1) = 0{,}5^{n+1}$ puis
$\dfrac{v(n+1)}{v(n)} = \dfrac{0{,}5^{n+1}}{0{,}5^n} = 0{,}5^{n+1-n} = 0{,}5^1 = 0{,}5$.

**e.** On a bien prouvé que le quotient entre trois termes consécutifs était le même, et pas seulement pour les trois premiers termes, puisqu'on a gardé $n$ dans le calcul. Cela prouve donc bien qu'on passe toujours d'un terme au suivant en multipliant la même valeur, et donc que la suite est géométrique.

# Chapitre 2 : Fonctions de la variable réelle

## Images et antécédents

**1** $2(x + 2)(x - 5) = 2(x^2 - 3x - 10) = 2x^2 - 6x - 20 = f(x)$.

**2** $f(-3) = 16$. Les coordonnées du point cherché sont $(-3\,;16)$.

**3** $f(x) = 20 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 20 = -20 \Leftrightarrow x(2x - 6) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 3$.
$-20$ admet deux antécédents par la fonction $f$ : 0 et 3.

**4** $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x + 2)(x - 5) = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0$ OU $x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ OU $x = 5$. La courbe admet deux points d'ordonnée 0 : les points d'abscisses $x = -2$ et $x = 5$.

## Taux de variation d'une fonction du second degré

**1** **a.** $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \dfrac{\left[3(x_2 - 2)^2 - 12\right] - \left[3(x_1 - 2)^2 - 12\right]}{x_2 - x_1}$
$= \ldots = 3(x_1 + x_2 - 4)$.

**b.** $x_1 \leq 2$ et $x_2 \leq 2$ donc $x_1 + x_2 \leq 4$ puis $x_1 + x_2 - 4 \leq 0$. On en déduit que $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \leq 0$. Quels que soient les réels $x_1$ et $x_2$ de l'intervalle $]-\infty\,; 2]$. La fonction $f$ est donc décroissante sur cet intervalle.

**2** $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \dfrac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = \dfrac{1 - 2}{4} = \dfrac{-1}{4}$.
Le taux de variation entre $x = -1$ et $x = 3$ est $\dfrac{-1}{4}$.

## Résolution graphique d'équations ou d'inéquations

**1** $g(x) = 1{,}5 \Leftrightarrow x \cong 0$ OU $x \cong 1{,}5$ OU $x \cong 3{,}8$.

**2** $f(x) > g(x) \Leftrightarrow [-2\,; 0[\cup]3\,; 4]$.
$f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow [-2\,; 0[\cup]3\,; 4]$.

## Signe d'une fonction

Seule la question **1.a.** est détaillée.

**1** **a.** $x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7$ et $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

| $x$ | $-\infty$ | | 1 | | 7 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **−5** | | − | | − | | − | |
| **x − 7** | | − | | − | 0 | + | |
| **x − 1** | | − | 0 | + | | + | |
| **−5(x − 7)(x − 1)** | | − | 0 | + | 0 | − | |

**b.**

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

**c.**

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | 1/2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

**d.**

| $x$ | $-\infty$ | | 0 | | 9 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

**2** La lecture de signe de chaque expression affine se fait de manière graphique.

| $x$ | $-\infty$ | | 2 | | 4 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-2$ | | − | | − | | − | |
| $-\dfrac{3}{4}x + 3$ | | + | | + | 0 | − | |
| $0{,}5x - 1$ | | − | 0 | + | | + | |
| $-2(0{,}5x - 1)(-\dfrac{3}{4}x + 3)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

## Déformer la courbe de la fonction carrée !

**1** **a.** On passe de $x \mapsto x^2$ à $x \mapsto 2x^2$ en « contractant » la courbe car $2 > 1$. On passe ensuite de $x \mapsto 2x^2$ à $x \mapsto 2x^2 + 1$ en effectuant une translation de vecteur $1\vec{j}$ (on « monte » de 1 en ordonnées).

**b.** On passe de $x \mapsto x^2$ à $x \mapsto 0{,}5x^2$ en « écartant » la courbe car $0{,}5 < 1$. On passe ensuite de $x \mapsto 0{,}5x^2$ à $x \mapsto -0{,}5x^2$ en effectuant une symétrie axiale par rapport à l'axe des abscisses. On effectue une translation de vecteur $1\vec{j}$ (on « monte » la courbe de 1 en ordonnées). On passe ensuite de $x \mapsto -0{,}5x^2$ à $x \mapsto -0{,}5x^2 - 3$ en effectuant une translation de vecteur $-3\vec{j}$ (on « descend » la courbe de 3 en ordonnées).

# Corrigés

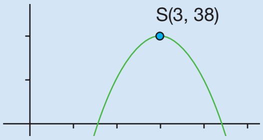
**c.** On passe de $x \mapsto x^2$ à $x \mapsto 0{,}3x^2$ en « écartant » la courbe car $0{,}3 < 1$. On passe ensuite de $x \mapsto 0{,}3x^2$ à $x \mapsto 0{,}3x^2 - 2$ en effectuant une translation de vecteur $-2\vec{j}$ (on « descend » la courbe de 2 en ordonnées).

**2** **a.** $f$ est une fonction polynôme du second degré avec $a = -5$, $b = 30$ et $c = -7$.

L'abscisse de son sommet est $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{30}{2 \times (-5)} = 3$.

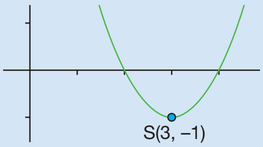
L'ordonnée de son sommet est $\beta = f(\alpha) = f(3) = 38$.

$a < 0$ donc la parabole associée à cette fonction du second degré est tournée vers le bas. On en déduit :



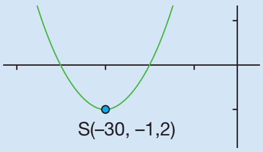

| $x$ | $-\infty$ | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↗ | 38 | ↘ | |

**b.** De même :




| $x$ | $-\infty$ | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↘ | $-1$ | ↗ | |

**c.**




| $x$ | $-\infty$ | | $-30$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↘ | $-1{,}2$ | ↗ | |

## Équation d'une parabole

**1** Graphiquement, on lit deux racines : $x = -1$ et $x = 2$.

La forme factorisée est donc $f(x) = a(x - (-1))(x - 2)$ soit $f(x) = a(x + 1)(x - 2)$. Or $f(0) = 1 \Leftrightarrow a(0 + 1)(0 - 2) = 1 \Leftrightarrow -2a = 1 \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{2}$.

Finalement $f(x) = -\dfrac{1}{2}(x + 1)(x - 2)$.

**2** **a.** $g(3) = g(-2) = 0$. 3 et $-2$ sont donc des racines de $g$.

**b.** La forme factorisée de $g$ est donc :

$g(x) = a(x - (-2))(x - 3)$ soit $g(x) = a(x + 2)(x - 3)$.

Or le coefficient $a$ est le même sur la forme factorisée et sur la forme développée. Sur la forme développée, on lit $a = 3$.

Finalement $g(x) = 3(x + 2)(x - 3)$.

## Résolution graphique d'équations

**1** $f_1$ admet comme unique racine $x = 0$.

**2** $f_1(x) = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

**3** On cherche l'intersection de la courbe représentative de la fonction $f_2$ et celle de la droite d'équation $y = -1$. On trouve comme unique solution $x = 1$.

**4** $2x^3 - 3 = -1 \Leftrightarrow 2x^3 = 2 \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{1} \Leftrightarrow x = 1$.

**5** Graphiquement l'équation admet une unique solution $x \cong 1{,}4$.

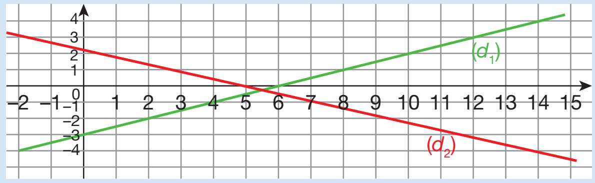
Résolution algébrique : $2x^3 - 3 = 2 \Leftrightarrow 2x^3 = 5$

$\Leftrightarrow x^3 = \dfrac{5}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\dfrac{5}{2}} \Leftrightarrow x \cong 1{,}36$ à 0,01 près.

# Chapitre 3 : Dérivation

## Tracer une droite

**1**




**2** On remplace $x$ par l'abscisse de A, soit 5, dans l'équation de $(d_1)$, puis celle de $(d_2)$ et on regarde si on obtient l'ordonnée de A, à savoir $-0{,}5$ :

$-3 + 0{,}5 \times 5 = -3 + 2{,}5 = -0{,}5$ donc A appartient à la droite $(d_1)$ ;

$2 - \dfrac{2}{5} \times 5 = 2 - 2 = 0 \neq -0{,}5$ donc A n'appartient pas à la droite $(d_2)$.

## Détermination de l'équation réduite d'une droite

**1** A et B n'ont pas la même abscisse, donc l'équation de la droite (AB) est de la forme $y = ax + b$.

• $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{5 - (-1)}{5 - 2} = \dfrac{6}{3} = 2$. Donc (AB) : $y = 2x + b$.

• $A(2\,;-1) \in (AB) \Leftrightarrow -1 = 2 \times 2 + b \Leftrightarrow -1 = 4 + b \Leftrightarrow b = -1 - 4 = -5$.

Donc (AB) : $y = 2x - 5$.

**2** $(d_1) : y = -\dfrac{1}{4}x + 3$ ; $(d_2) : y = x - 1$ et $(d_3) : y = -2x + 2$.

## Fonction dérivable en un point

**1** $f(1 + h) = (1 + h)^2 - 3(1 + h) + 1 = 1 + 2h + h^2 - 3 - 3h + 1 = h^2 - h - 1$ et $f(1) = -1$.

Donc $\dfrac{f(1 + h) - f(1)}{h} = \dfrac{h^2 - h - 1 - (-1)}{h} = \dfrac{h^2 - h}{h} = h - 1 = -1 + h$.

**2** Lorsque $h$ se rapproche de 0, $\dfrac{f(1 + h) - f(1)}{h}$ se rapproche de $-1$, donc $f$ est dérivable en $x = 1$ et $f'(1) = -1$.

**3** Équation réduite de la tangente $T$ à la courbe représentative de la fonction $f$ au point d'abscisse 1 :

$y = f'(1)x + b$.

Donc $T : y = -x + b$.

De plus, le point de coordonnées $(1\,;f(1))$, soit $(1\,;-1)$, appartient à la courbe, donc :

$-1 = -1 + b \Leftrightarrow b = 0$. Donc $T : y = -x$.

## Équation réduite d'une tangente

**1** $f(-2) = -5$, $f(2) = 3$ et $f(4) = 1$.

**2** $f'(-2) = 4$, $f'(2) = 0$ et $f'(2) = -2$.

**3** • Équation réduite de la tangente $T_1$ à la courbe représentative de la fonction $f$ au point d'abscisse $-2$ :

$$y = f'(-2)(x - (-2)) + f(-2).$$

Donc $T_1 : y = 4(x + 2) - 5 \Leftrightarrow T_1 : y = 4x + 8 - 5 \Leftrightarrow T_1 : y = 4x + 3$.

• Équation réduite de la tangente $T_2$ à la courbe représentative de la fonction $f$ au point d'abscisse 2 :

$$y = f'(2)(x - 2) + f(2).$$

Donc $T_2 : y = 0(x - 2) + 3 \Leftrightarrow T_2 : y = 3$.

• Équation réduite de la tangente $T_3$ à la courbe représentative de la fonction $f$ au point d'abscisse 4 :

$$y = f'(4)(x - 4) + f(4).$$

Donc $T_3 : y = -2(x - 4) + 1 \Leftrightarrow T_1 : y = -2x + 8 + 1 \Leftrightarrow T_1 : y = -2x + 9$.

### Détermination algébrique de l'équation réduite d'une tangente à l'aide de la dérivée

**1** $f'(x) = -3 \times 3x^2 - \frac{1}{4} \times 2x + 5 \times 1 + 0$

$= -9x^2 - \frac{1}{2}x + 5.$

**2** Équation réduite de la tangente $T$ à la courbe représentative de la fonction $f$ au point d'abscisse $-1$ : $y = f'(-1)(x - (-1)) + f(-1)$.

$f(-1) = -3 \times (-1)^3 - \frac{1}{4} \times (-1) + 5 \times (-1) + 7$

$= 3 + \frac{1}{4} - 5 = -\frac{7}{4}.$

$f'(-1) = -9 \times (-1)^2 - \frac{1}{2} \times (-1) + 5 = -9 + \frac{1}{2} + 5 = -\frac{7}{2}$

Donc $T : y = -\frac{7}{2}(x + 1) - \frac{7}{4} \Leftrightarrow T : y = -\frac{7}{2}x - \frac{7}{2} - \frac{7}{4} \Leftrightarrow$

$T : y = -\frac{7}{2}x - \frac{21}{4} = -3,5x - 5,25.$

### Courbe d'une fonction et courbe de sa dérivée

D'après la courbe $\mathscr{C}_f$, la fonction $f$ est croissante sur l'intervalle $]-\infty\ ; -1]$. Donc, sur cet intervalle, la dérivée $f'$ est positive, c'est-à-dire que la courbe représentant $f'$ est au-dessus de l'axe des abscisses. Ce qui n'est pas le cas pour la droite $d_1$.
Alors $d_2$ est la droite représentant la fonction dérivée $f'$.

### Étude des variations d'une fonction

**1** • $f'(x) = \frac{1}{3} \times 3x^2 - 16 \times 1 + 0 = x^2 - 16$.

• $f'$ est un polynôme de degré 2 avec $a = 1 > 0$, donc la parabole représentant $f'$ est tournée vers le haut.

De plus $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4$ ou $x = -4$.
Donc $f'(x) = (x - 4)(x + 4)$.
On en déduit le tableau de signes de $f'$ :

| $x$ | $-6$ | | $-4$ | | $4$ | | $6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

• Calcul des images par $f$ et construction du tableau de variations de $f$ sur $[-6\ ; 6]$ : $f(-6) = 31$ ; $f(-4) = \frac{149}{3}$ ; $f(4) = -\frac{107}{3}$ et $f(6) = -17$.

Donc :

| $x$ | $-6$ | | $-4$ | | $4$ | | $6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Variations de $f$ | $31$ | ↗ | $\frac{149}{3}$ | ↘ | $-\frac{107}{3}$ | ↗ | $-17$ |

**2** Sur $[-6\ ; 6]$, le maximum de $f$ est $\frac{149}{3}$ et son minimum est $-\frac{107}{3}$.

*Remarque* : ces deux nombres sont des extremums locaux de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$.

## Chapitre 4 : Fréquences et probabilités conditionnelles

### Des cours ou pas…

**1**

| $X$ = Sexe \ $Y$ = Cours collectifs | $y_1$ = OUI | $y_2$ = NON | TOTAL |
|---|---|---|---|
| $x_1$ = Hommes | 91 | 91 | $\frac{65}{100} \times 280 = 182$ |
| $x_2$ = Femmes | 0 | 98 | 98 |
| TOTAL | 91 | 189 | 280 |

**2** $n_{21} = 0$. Aucune femme ne suit des cours collectifs.

**3** Il y a 91 hommes inscrits au club **et** ne prenant pas de cours collectifs.

**4** L'effectif marginal de $y_1$ est 91. Il y a donc 91 personnes prenant des cours collectifs.

### Avec ou sans antécédents

**1**

| | Avec antécédents | Sans antécédents | TOTAL |
|---|---|---|---|
| Patients malades | 456 | 308 | 456 + 308 = 764 |
| Patients non malades | 76 | 160 | 236 |
| TOTAL | 532 | 468 | 1000 |

Tableau des fréquences par rapport à l'effectif global :

| | Avec antécédents | Sans antécédents | TOTAL |
|---|---|---|---|
| Patients malades | $\frac{456}{1000} = 0,456$ | 0,308 | 0,764 |
| Patients non malades | 0,076 | 0,16 | 0,236 |
| TOTAL | 0,532 | 0,468 | 1 |

**2** 7,6 % des patients ne sont pas malades et ont des antécédents.

**3** $f_{22} = 0,16$. 16 % des patients ne sont pas malades et n'ont pas d'antécédents.

**4** Le pourcentage des patients non malades avec antécédents est à peu près le double de celui des patients non malades sans antécédents. Donc 1/3 des patients qui ne sont pas malades ont des antécédents.

### Enquête de satisfaction au travail

**1**

| Conditions de travail \ Lieu de travail | Bureaux | Atelier | Ailleurs | TOTAL |
|---|---|---|---|---|
| Satisfaits | 20 | 3 × 10 = 30 | 92 – 20 – 30 = 42 | 92 |
| Mécontents | 4 | 10 | 0 | 14 |
| Indifférents | 1 | 58 – 30 – 10 = 18 | 0 | 19 |
| TOTAL | 25 | 58 | 42 = 125 – 25 – 58 | 125 |

**2**

| Lieu de travail | Bureaux | Atelier | Ailleurs | TOTAL |
|---|---|---|---|---|
| Conditions de travail : mécontents | $\frac{4}{14} \approx 0,29$ | $\frac{10}{14} \approx 0,71$ | 0 | $\frac{14}{14} = 1$ |

**3** 29 % des personnes mécontentes travaillent dans les bureaux, 71 % travaillent dans l'atelier. Aucune personne n'est mécontente ailleurs.

### Le parc informatique d'un lycée

**1**

| Résultat du contrôle \ Matériel | Neufs (N) | Récents (R) | Anciens (A) | TOTAL |
|---|---|---|---|---|
| $D$ = Défaillants | 0 | $\frac{10}{100} \times 90 = 9$ | $\frac{25}{100} \times 80 = 20$ | 9 + 20 = 29 |
| $\overline{D}$ | 30 | 90 – 9 = 81 | 80 – 20 = 60 | 30 + 81 + 60 = 171 |
| TOTAL | 30 | 90 | 200 – 90 – 30 = 80 | 200 |

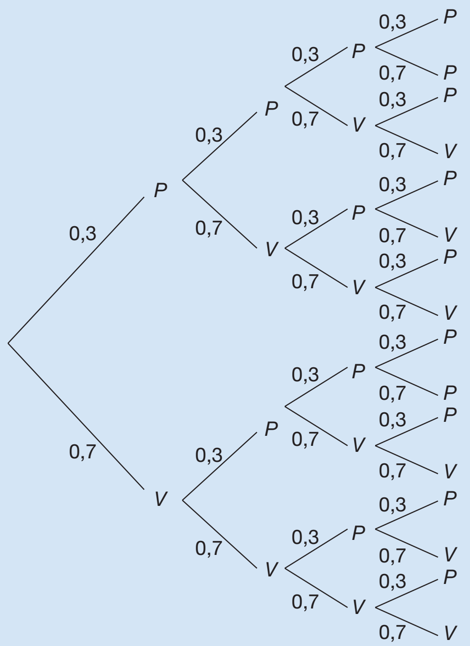
**2** $p_D(S) = \frac{\text{Card}(A \cap D)}{\text{Card}(D)} = \frac{20}{29} \approx 0,69.$

# Corrigés

## Chapitre 5 : Probabilités et répétitions d'expériences aléatoires

### Recettes au hasard

**1** On note $P$ : « Zoé choisit une recette à base de poisson » et $V$ : « Zoé choisit une recette à base de viande ». L'arbre pondéré correspondant à la situation est donné ci-dessous :



**2** L'événement $A$ : « Zoé mange uniquement de la viande lors de ses 4 prochains repas » a une seule issue favorable qui est $(V, V, V, V)$.
Sa probabilité est égale à $P(A) = 0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}7^4 = 0{,}2401$.

**3** L'événement $B$ : « Zoé mange autant de viande que de poisson lors de ses 4 prochains repas » a 6 issues favorables : $(P, P, V, V)$ ; $(P, V, P, V)$ ; $(P, V, V, P)$ ; $(V, P, P, V)$ ; $(V, P, V, P)$ ; $(V, V, P, P)$.
Toutes ces issues ont la même probabilité :
$0{,}3 \times 0{,}3 \times 0{,}7 \times 0{,}7 = 0{,}3^2 \times 0{,}7^2 = 0{,}0441$.
La probabilité de $B$ est égale à $P(B) = 6 \times 0{,}0441 = 0{,}2646$.

**4** L'événement $C$ : « Zoé mange au moins une fois du poisson lors de ses 4 prochains repas » a beaucoup d'issues favorables. La seule issue non favorable est $(V, V, V, V)$.
$C$ est donc l'événement contraire de $A$.
La probabilité de $C$ est égale à $P(C) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}2401 = 0{,}7599$.

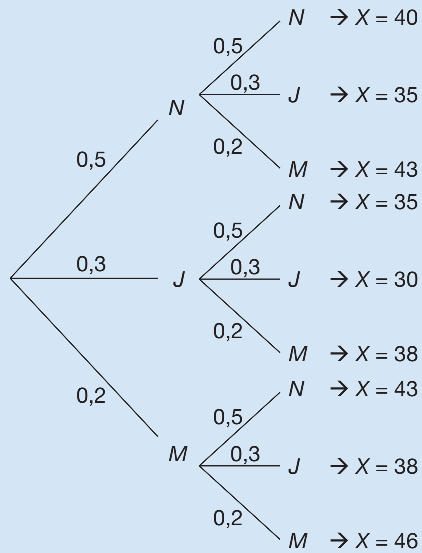
### Vente directe

On utilise les notations suivantes :
- $N$ : « Alex choisit de traire une vache normande » ;
- $J$ : « Alex choisit de traire une vache jersiaise » ;
- $M$ : « Alex choisit de traire une vache montbéliarde » ;

**1** $\{X = 46\}$ : « Alex vend 46 litres de lait un jour donné ». La seule issue favorable est $(M, M)$.

**2** $\{X \leq 35\}$ : « Alex vend au plus 35 litres de lait un jour donné ». Les issues favorables sont $(N, J)$ ; $(J, N)$ ; $(J, J)$.

**3**




| $a_i$ | 30 | 35 | 38 | 40 | 43 | 46 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(x = a_i)$ | 0,09 | 0,30 | 0,12 | 0,25 | 0,20 | 0,04 |

**4** $E(X) = 30 \times 0{,}09 + 35 \times 0{,}30 + 38 \times 0{,}12 + 40 \times 0{,}25 + 43 \times 0{,}2 + 46 \times 0{,}04$.
$E(X) = 2{,}7 + 10{,}5 + 4{,}56 + 10 + 8{,}6 + 1{,}84$.
$E(X) = 38{,}2$.
Cela signifie qu'en répétant un grand nombre de fois l'expérience, Alex peut espérer pouvoir vendre en moyenne 38,2 litres de lait par jour.

### Simulations d'échantillons

**1** **a.** L'épreuve de Bernoulli est constituée des événements suivants :

– Nicolas gagne un match : c'est le succès et sa probabilité vaut $\frac{7}{10} = 0{,}7$ ;

– Nicolas perd un match : c'est l'échec et sa probabilité vaut $1 - 0{,}7 = 0{,}3$.

La loi de Bernoulli associée est donnée par :

| $a_i$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $P(x = a_i)$ | 0,3 | 0,7 |

**b.**

```
Fonction echantillon()
    c ← 0
    Pour i allant de 1 à 10
        x ← nbre entier aléatoire entre 1 et 10
        Si x ≤ 7, alors
            c ← c + 1
    Retourner c/n
```

**c.**

```
Fonction simulation()
    L est une liste vide
    Pour i allant de 1 à 100
        Ajouter echantillon()
        à la liste L
    Retourner L
```

**2** **a.** En exécutant 5 fois la fonction, on peut obtenir l'affichage suivant.

```
>>> echantillon()
0.43
>>> echantillon()
0.51
>>> echantillon()
0.4
>>> echantillon()
0.44
>>> echantillon()
0.45
>>>
```

**b.** L'échantillon simulé est de taille 100.

Le programme retourne la fréquence de 1 obtenus lors de la réalisation de 100 épreuves de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}43$.

**c.** Il faut commencer par modifier la fonction `echantillon()` afin d'avoir un échantillon de taille 200. Puis, on répète 50 fois la fonction `echantillon()` qu'on enregistre dans une liste.

```
from random import*
def echantillon():
   c=0
   for i in range(200):
      x=random()
      if x<=0.43:
         c=c+1
   return(c/200)

def simulation()
   L=[]
   for i in range(50):
      L.append(echantillon())
   return(L)
```

En exécutant le programme, on obtient un résultat ressemblant à cela.

```
>>> simulation()
[0.415, 0.345, 0.42, 0.445,
0.45, 0.425, 0.44, 0.42,
0.42, 0.385, 0.475, 0.39,
0.485, 0.395, 0.435, 0.355,
0.385, 0.445, 0.485, 0.475,
0.43, 0.425, 0.405, 0.44,
0.405, 0.395, 0.445, 0.4,
0.415, 0.425, 0.455, 0.42,
0.365, 0.43, 0.405, 0.425,
0.45, 0.455, 0.405, 0.395,
0.425, 0.41, 0.395, 0.435,
0.385, 0.43, 0.515, 0.435,
0.38, 0.35]
>>>
```

## Qualifications

**1** $p = \frac{7}{10} = 0{,}7$ et $s = 0{,}14$.

$p - s = 0{,}7 - 0{,}14 = 0{,}56$.

$p + s = 0{,}7 + 0{,}14 = 0{,}84$.

On a 19 valeurs inférieures à 0,56 et 14 valeurs supérieures à 0,84. Ce qui fait 33 valeurs en dehors de l'intervalle donc 67 valeurs sont dans l'intervalle. Le pourcentage des fréquences à une distance inférieure à $s$ de $p$ est égal à $\frac{67}{100} = 0{,}67 = 67\ \%$.

**2** $p - 2s = 0{,}7 - 2 \times 0{,}14 = 0{,}42$.

$p + 2s = 0{,}7 + 2 \times 0{,}14 = 0{,}98$.

On a 8 valeurs inférieures à 0,42 et 1 valeur supérieure à 0,98. Ce qui fait 9 valeurs en dehors de l'intervalle donc 91 valeurs sont dans l'intervalle. Le pourcentage des fréquences à une distance inférieure à $2s$ de $p$ est égal à $\frac{91}{100} = 0{,}91 = 91\ \%$.

**3** $p - 3s = 0{,}7 - 3 \times 0{,}14 = 0{,}28$.

$p + 3s = 0{,}7 + 3 \times 0{,}14 = 1{,}12$

On n'a aucune valeur en dehors de l'intervalle. Le pourcentage des fréquences à une distance inférieure à $3s$ de $p$ est égal à $\frac{100}{100} = 1 = 100\ \%$.

**4** Seulement 8 simulations donnent Ibrahim non qualifié. Il est donc qualifié 92 fois soit un pourcentage de 92 %. C'est une situation fréquente.